Bac sciences C2019

Le circuit de la figure 2 comporte un générateur de tension supposé idéal de fem **E**, un ampèremètre, une bobine d'inductance **L** et de résistance **r**, un interrupteur K et un résistor de résistance R tous branchés en série. Un système d'acquisition de données permet de visualiser sur l'écran d'un ordinateur l'évolution au cours du temps des tensions $\mathbf{u}_\mathrm{R}(\mathbf{t})$ et $\mathbf{u}_\mathrm{B}(\mathbf{t})$ respectivement aux bornes du résistor et aux bornes de la bobine. A L'instant $\mathbf{t} = \mathbf{0}$. On ferme l'interrupteur **K**. Le système d'acquisition a permis de visualiser l évolution de la tension $\mathbf{u}_\mathrm{R}(\mathbf{t})$ représentée sur la figure 3 . Il a permis aussi de déduire la valeur initiale (à t $= \mathbf{0}$) de la tension aux bornes de la bobine : $\mathbf{U}_{\mathrm{Bo}} = 8\mathbf{V}$.

En régime permanent. L'ampèremètre indique la valeur $\mathbf{I}_\mathrm{p} = 0{,}10$ A.

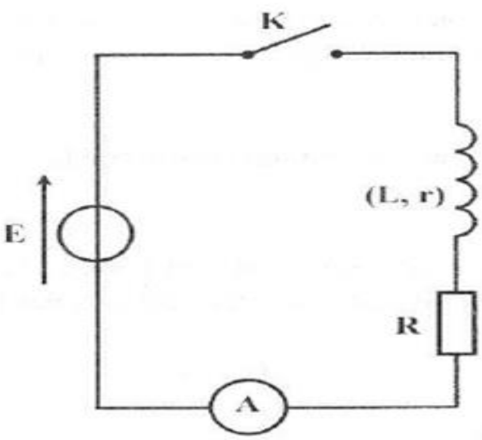


Figure 2

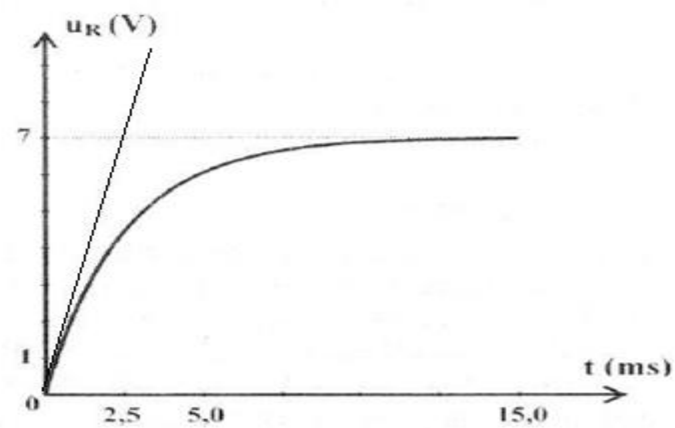


Figure 3

1)Montrer que L'équation différentielle régissant l'évolution de la tension U_R s'écrit $\frac{\mathbf{du}_\mathrm{R}(\mathrm{t})}{\mathbf{dt}} + \frac{\mathbf{u}_\mathrm{R}(\mathbf{t})}{\tau} = \frac{\mathbf{RE}}{\mathbf{L}}$; où $\tau = \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{R+r}}$ represente la constante de temps du circuit.

2) a)Justifier que : $\mathbf{E} = \mathbf{U}_{\mathbf{Bo}}$.

b) Montrer que : $I_\mathrm{P} = \frac{E}{L}\tau$.

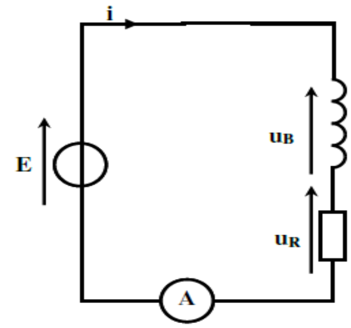
3)

a- En exploitant la courbe de la figure 3. déterminer les valeurs de **R** et de la constante de temps τ.

b- Déduire les valeurs de **L** et **r**.

c- Déterminer la valeur de la tension $\mathbf{U}_{\mathbf{B0}}$ aux bornes de la bobine lorsque le régime permanent est établi.

Correction



1 Appliquons la loi de mailles:

$$U_R + U_B - E = 0 \Rightarrow U_R + L\frac{di}{dt} + ri = E$$

(avec $u_B = L\frac{di}{dt} + ri$, $U_R = Ri \Rightarrow i = \frac{U_R}{R}$ donc $di = \frac{dU_R}{Rdt}$)

$$U_R + L\frac{di}{dt} + ri = E \Rightarrow U_R + L\frac{dU_R}{Rdt} + r\frac{U_R}{R} = E$$

$$U_R(1+\frac{r}{R}) + L\frac{dU_R}{Rdt} = E \Rightarrow U_R(\frac{R+r}{R}) + L\frac{dU_R}{Rdt} = E$$

Multiplier par $\frac{R}{L} \Rightarrow U_R(\frac{R+r}{L}) + \frac{dU_R}{dt} = \frac{RE}{L}$

$$\frac{du_R(t)}{dt} + \frac{u_R(t)}{\tau} = \frac{RE}{L} \text{ où } \tau = \frac{L}{R+r}$$

2)a- $u_B + u_R = E \Rightarrow u_B(0) + u_R(0) = E; u_R(0) = 0$ car $i(t=0) = 0$
$\Rightarrow u_B(0) = E = U_{B0}$

b- en régime permanent : $U_{BP} + U_{RP} = rI_P + RI_P = E$

$$I_P = \frac{E}{R+r} \text{ et } \tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow I_P = \frac{E}{L}\tau$$

3)a- $U_{RP} = RI_P \Rightarrow R = \frac{U_{RP}}{I_P} = 70\Omega$ (graphiquement $U_{RP} = 7$ V)
graphiquement $\tau = 2.5ms$

b)

$$I_P = \frac{E}{L}\tau \Rightarrow L = \frac{E}{I_p}\tau = \frac{8\times 2.5.10^{-3}}{0.1} = 0.2H$$

$$r = \frac{E}{I_p} - R = 10\Omega$$

c)$U_{Rp} = rI = 1$ V

Bac sciences P2025

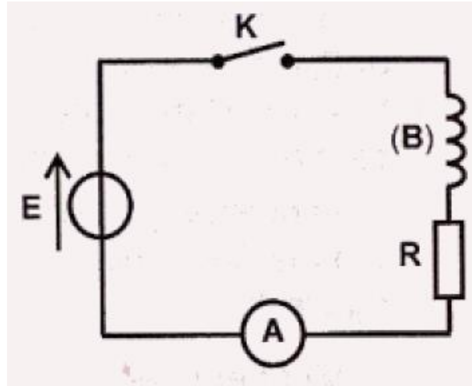


Figure 2

Le circuit de la figure 2 comporte un générateur de tension supposé idéal de fem **E**, un conducteur ohmique de résistance **R**, une bobine (B) d'inductance **L** et de résistance **r**, un interrupteur **K** et un ampèremètre (A) de résistance interne négligeable, tous montés en série.

A l'instant $\mathbf{t = 0}$, on ferme **K** et à l'aide d'un oscilloscope à mémoire numérique, on visualise simultanément la tension $\mathbf{u_R(t)}$ aux bornes du conducteur ohmique et celle aux bornes du générateur. On obtient les courbes $(\mathcal{C}_1)$ et $(\mathcal{C}_2)$ de la figure 3 de la page $5/5$ (à compléter par le candidat et à remettre avec sa copie).

1)a- Justifier que la courbe ($\boldsymbol{\mathcal{C}_2}$) correspond à $\mathbf{u}_\mathrm{R}(\mathbf{t})$.

b- Nommer le phénomène responsable du retard de l'établissement du régime permanent.

2)Lorsque le régime permanent est établi, l'ampèremètre indique une intensité constante de valeur $I_0 = 98$ mA. En exploitant les courbes de la figure 3:

a- donner la valeur de E ;

b - déterminer les valeurs de **R** et **r**;

c - relever la valeur de la tension $\mathbf{u_R(t)}$ à l'instant $\mathbf{t_1}$. Déduire qu'à cet instant $\mathbf{t_1}$, la valeur de la tension $\mathbf{u_B(t)}$ aux bornes de la bobine (B) est: $\mathbf{u_B(t_1) = u_R(t_1) = \frac{E}{2}}$.

3)On désigne par :

- e(t), la force électromotrice d'auto-induction de la bobine (B) à un instant **t**;
- **p**, la pente de la tangente à la courbe ($\mathcal{C}_2$) à un instant **t**;
- τ, la constante de temps du circuit étudié.

a - Établir la relation $\mathbf{e(t) = -\frac{L}{R}p}$.

b- Montrer qu'à l'instant $\mathbf{t_1}$, la fem d'auto-induction est $\mathbf{e(t_1) = e_1 = \frac{E}{2}\left(\frac{r}{R} - 1\right)}$. Calculer sa valeur.

c- Déduire que $L = 0{,}1$H.

d- Déterminer la valeur de τ. Comparer τ à t_1.

e- Représenter sur la figure 3 de la page $5/5$, l'allure de la courbe ($\mathcal{C}_3$) traduisant l'évolution au cours du temps de la tension $\mathbf{u_B(t)}$ aux bornes de la bobine.

4)Dans le cas général, si on modifie les grandeurs caractéristiques de la bobine (B) utilisée dans le circuit de la figure **2**, il est nécessaire de choisir convenablement la valeur de la résistance **R** du conducteur ohmique pour que $\mathbf{u_B(t)}$ soit égale à $\mathbf{u_R(t)}$ à l'instant $\mathbf{t = \tau}$. Montrer que dans ces conditions, le rapport $\frac{r}{R}$ doit prendre une valeur constante que l'on déterminera.

On rappelle que l'intensité du courant électrique est exprimée par:

$$\boldsymbol{i(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}.$$

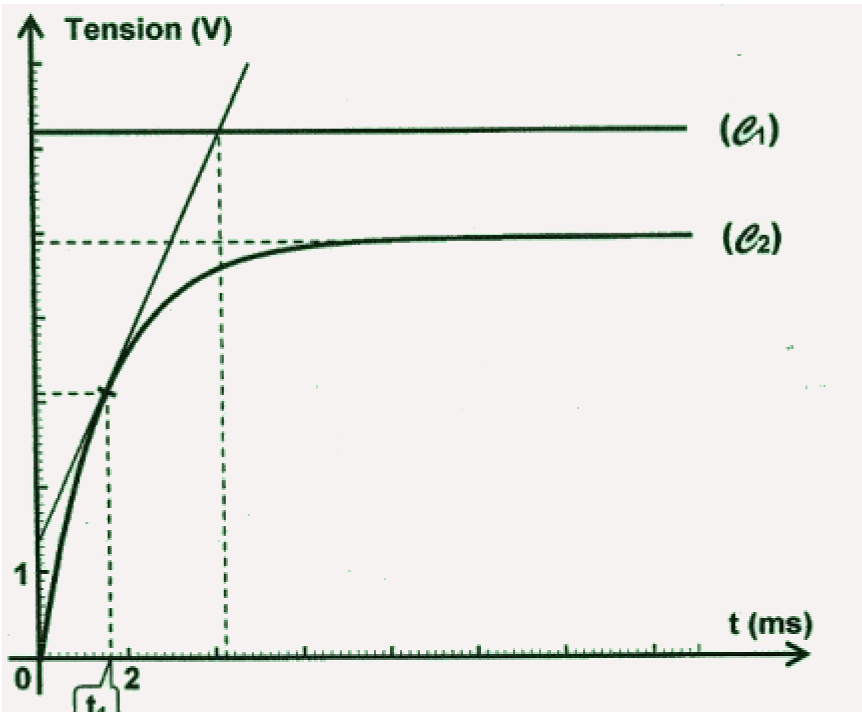


Figure 3

Correction :

1)a $-$ $(\mathcal{C}_2)$ correspond à $u_R(t)$, car E = constante

b- Auto-induction

2)a) E = 6,2 V

b) Lorsque le régime permanent est établi :

$$R = \frac{U_R}{I_0} = \frac{4,9}{98 \cdot 10^{-3}} = 50\Omega$$

$$r = \frac{U_r}{I_0} = \frac{6,2 - 4,9}{98 \cdot 10^{-3}} = 13,2\Omega$$

c) $u_R(t_1) = 3{,}1\ \text{V} = \frac{E}{2}$

$$\Rightarrow U_B(t_1) = E - U_R(t_1) = \frac{E}{2} = 3{,}1\ \text{V}$$

3)a)

$$e(t) = -L\frac{di(t)}{dt}\,;\, i(t) = \frac{u_R(t)}{R}\,;\, p = \frac{du_R(t)}{dt}$$

$$e(t) = -\frac{L du_R(t)}{R} = -\frac{L}{R}p$$

b) $u_B(t_1) = -e_1 + r.i(t_1)$ avec $i(t_1) = \frac{u_R(t_1)}{R} = \frac{E}{2R}$

$$\frac{E}{2} = -e_1 + \frac{rE}{2R} \Rightarrow e_1 = \frac{E}{2}\left(\frac{r}{R} - 1\right) \Rightarrow e_1 = -2{,}28\ \text{V}$$

c)

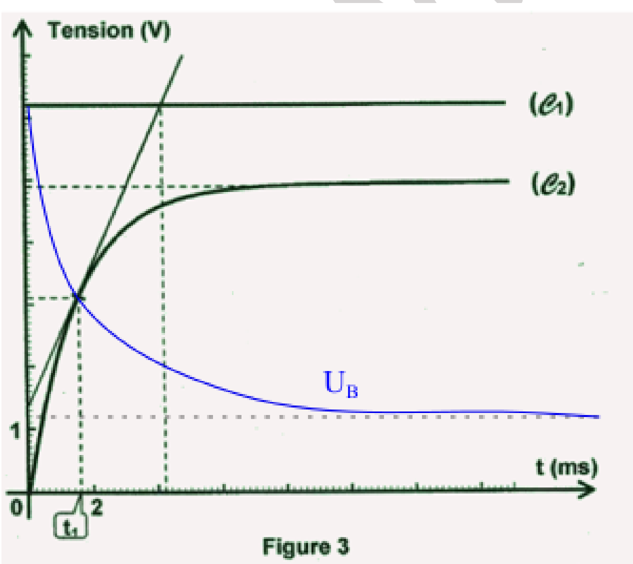
$$e_1 = -\frac{L}{R}p_1 \Rightarrow L = -\frac{Re_1}{p_1}$$

$$p_1 = \frac{6{,}2 - 1{,}4}{4{,}2 \cdot 10^{-3} - 0} = 1142{,}85\ \text{V} \cdot\ \text{s}^{-1} \Rightarrow L = 99{,}7\text{mH} \simeq 0{,}1\text{H}$$

.

d) $\tau = \frac{L}{R+r} = 1{,}58\ \text{ms} \simeq 1{,}6\ \text{ms}$ donc $\tau \simeq \text{t}_1$

e)



4)

$$u_R(t) = \frac{RE}{R+r}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

pour $t = \tau$, on $a: \frac{E}{2} = \frac{RE}{R+r}(1 - e^{-1}) \Rightarrow \frac{r}{R} = 1 - 2e^{-1} = 0{,}26$

Bac sciences C2018

l.e circuit électrique de la figure 2 comporte :

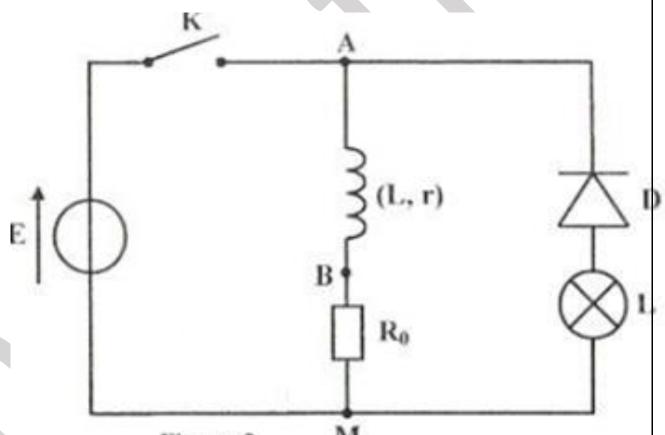


Figure 2

- un générateur de tension idéal de fem $\mathbf{E} = 6$ V;
- un résistor de résistance $R_0 = 50\Omega$;
- une bobine d'inductance **L** et de résistance **r**;
- une diode D ;
- une lampe L :
- un interrupteur K.

Dans une première expérience, on ferme l'interrupteur **K** à l'instant $\mathbf{t = 0}$. A l'aide d'une méthode expérimentale appropriće, on suit l'évolution au cours du temps de l'intensité instantanée **i** du courant électrique qui circule dans le circuit. On obtient la courbe de la

figure 3 ; où la droite (Δ) représente la tangente à cette courbe à l'instant $\mathbf{t = 0}$.

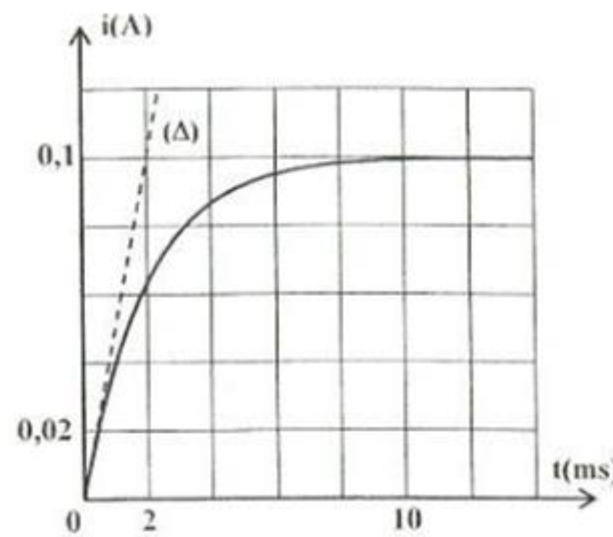


Figure 3

1. Montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution de i en fonction du temps s'ecrit : $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = \frac{E}{L}$; où τ est la constante de temps du circuit que l'on exprimera en fonction de L, r et R_0.
2. Vérifier que $i(t) = \frac{E}{R_0 + r}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ est une solution de l'équation différentielle précédente.
3. a- Déterminer graphiquement :

- la valeur I_0 de l'intensité du courant électrique lorsque le régime permanent est établi :
- la valeur de la constante de temps τ.

b- Déduire les valeurs de r et L.

4. Tracer l'allure de la courbe traduisant l'évolution au cours du temps de la tension $\mathbf{u_{AB}}(t)$ aux bornes de la bobine tout en précisant les valeurs que prend $\mathbf{u}_{AB}(\mathbf{t})$ respectivement à la fermeture de l'interrupteur **K** et lorsque le régime permanent est établi.
5. Dans une deuxième expérience et lorsque le régime permanent est établi, on ouvre l'interrupteur K. On constate que la lampe L s'allume pendant une courte durée avant de s'éteindre.
   a- Enoncer la loi de Lenz.
   b- Nommer le phénomène physique responsable de l'annulation progressive de l'intensité du courant électrique dans le circuit.
   c- Préciser sur un schéma, le sens du courant électrique circulant dans le circuit juste après l'ouverture de K.

Correction

3)D'après la loi des mailles : $U_B + U_{R0} - E = 0$

D'après la loi des mailles : $r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} + R_0 \cdot i = E$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + \left(R_0 + r\right) \cdot i = E$$

Divisons par L : $\frac{di}{dt} + \frac{\left(R_0 + r\right)}{L} \cdot i = \frac{E}{L}$

$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot i = \frac{E}{L} ; avec \frac{1}{\tau} = \frac{\left(R_0 + r\right)}{L}$

b) Cette équation différentielle du premier ordre avec second membre est de solution:

$$i\left(t\right) = \frac{E}{R_0 + r}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\frac{di\left(t\right)}{dt} = \frac{E}{\left(R + r\right)\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{L} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Remplaçons $i(t)$ et $\frac{di(t)}{dt}$ dans l'équation différentielle :

$$\frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{1}{\tau}(\frac{E}{R_0+r}\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right))=\frac{E}{L}\Rightarrow\frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{(R_0+r)}{L}\frac{E}{(R_0+r)}\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)=\frac{E}{L}$$

$$\frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{E}{L}\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)=\frac{E}{L}\Rightarrow\frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}-\frac{E}{L}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{E}{L}=\frac{E}{L}$$

3)

D‘après la courbe : $I_0=0.1A$

D‘après la courbe : $\tau=2ms$

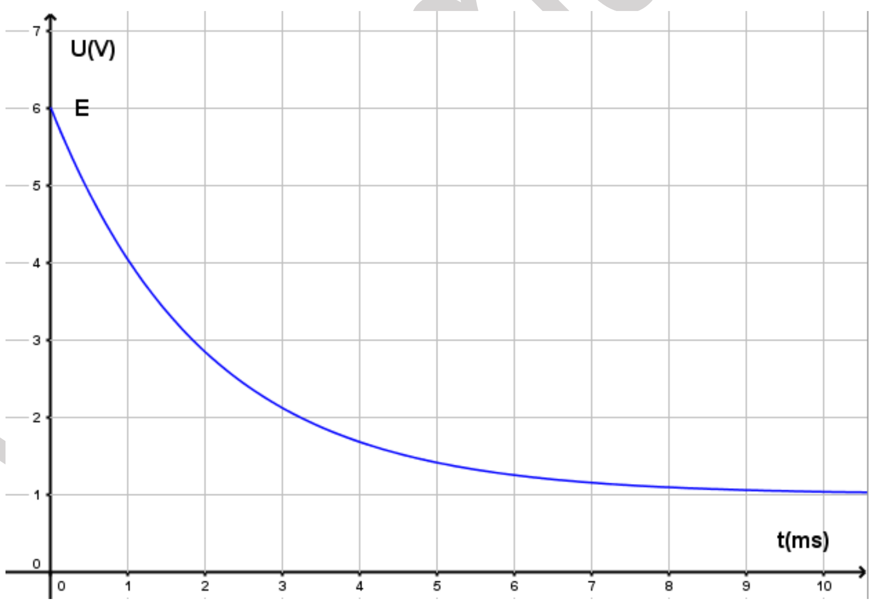
b-en regime permanent :

$$I_{\max}=\frac{E}{R+r}\Rightarrow R+r=\frac{E}{I_{\max}}\quad donc\quad r=\frac{E}{I_{\max}}-R=\frac{6}{0.1}-50=10\Omega$$

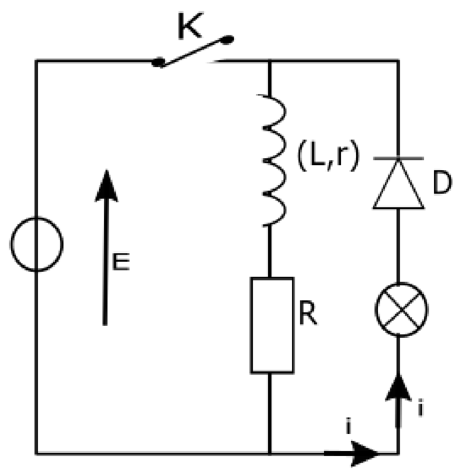
$$\tau=\frac{L}{R+r}\Rightarrow L=\tau\left(R+r\right)=2\cdot10^{-3}\times60=0{,}12\text{H}$$

4) D’après la loi des mailles :

$$U_b+U_R-E=0\Rightarrow U_b=E-U_R=E-R\times i(t)=6-5(1-e^{-\frac{t}{\tau}})=1+5e^{-\frac{t}{\tau}}$$



5)a) un changement d'état d'un système électromagnétique provoque un phénomène dont les effets tendent à s'opposer à ce changement.

b) Phenomene d’auto induction electromagnetique c- 

Bac sciences P2017

Le circuit électrique de la figure 2 comporte, montés en série :

- une bobine (**B**);
- un résistor de résistance $R_0 = 20\Omega$;
- un générateur de tension idéal de fem **E**;
- un interrupteur **K**.

On branche un voltmètre aux bornes de la bobine $(\boldsymbol{B})$ et à l'instant $\mathbf{t = 0}$, on ferme l'interrupteur **K**. Après une durée suffisante, le régime permanent est atteint et le voltmètre indique une tension de valeur constante $U_1 = 2$ V.

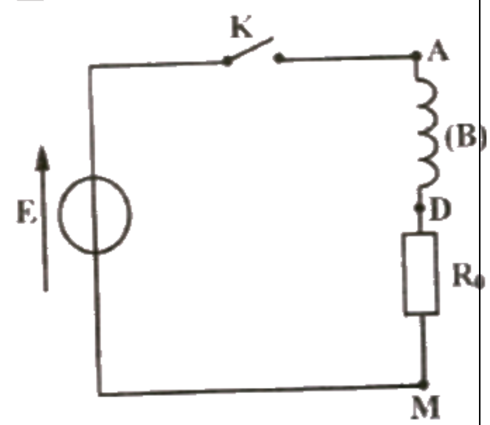


Figure 2

1. Justifier que la bobine (B) possède une résistance r non nulle.
2. Un oscilloscope bi courbe permet de visualiser simultanément l'évolution au cours du temps des tensions $\mathbf{u_{DM}(t)}$ et $\mathbf{u_{AM}}(t)$, respectivement sur ses voies **X** et **Y**. La courbe représentée sur la figure 3 correspond à l'une des tensions visualisées.

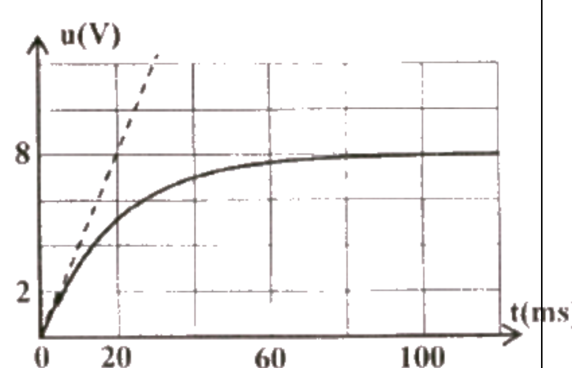


Figure 3

a-Compléter, sur la figure 4 de la page 5/5 (à remplir par le candidat et à remettre avec sa copie), le schéma du montage en indiquant les connexions nécessaires à l'oscilloscope pour visualiser les tensions $\mathbf{u_{DM}(t)}$ et $\mathbf{u_{AM}(t)}$.
b- Identifier, en le justifiant, la courbe de la figure 3 .
c- On désigne par $\mathbf{U_0}$, la valeur de $\mathbf{u_{DM}(t)}$ lorsque le régime permanent est atteint.

Etablir la relation reliant U_0, U_1 et **E**.

d- Déterminer graphiquement $\mathbf{U_0}$ et déduire la valeur de **E**.

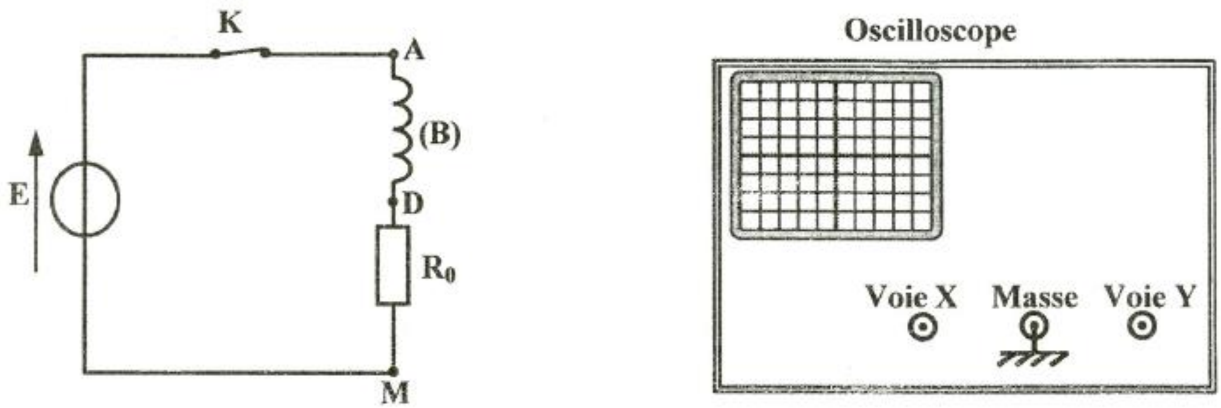
3. La bobine (B) est d'inductance L et de résistance **r**.

a- Montrer que l'équation différentielle qui régit l'évolution de $\mathbf{u_{DM}(t)}$ au cours du temps s'écrit : $\tau \frac{dU_{DM}(t)}{dt} + u_{DM}(t) = \mathbf{U_0}$; où $\tau = \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{R_0+r}}$ est la constante de temps du circuit.

b - Montrer que $\mathbf{r = 5\Omega}$.

c- Déterminer graphiquement la valeur de τ. En déduire la valeur de L.

Figure 4

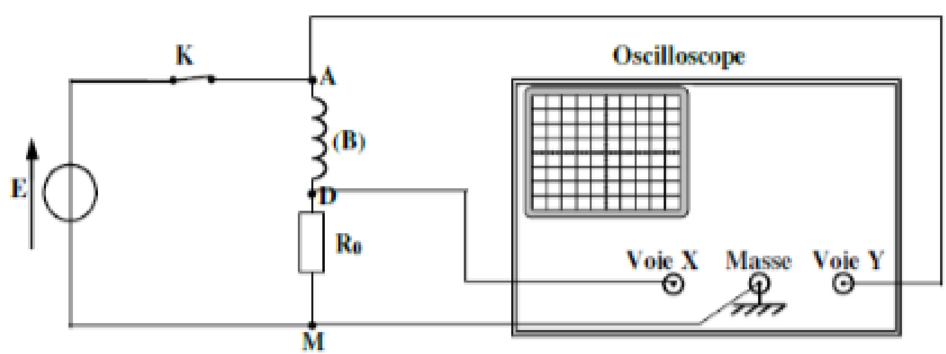


Correction

1- $u_B(t) = L\frac{di}{dt} + ri$

En régime permanent : $U_B = U_1 = rI \neq 0$ Or: $I \neq 0 \Rightarrow r \neq 0$

2- a-



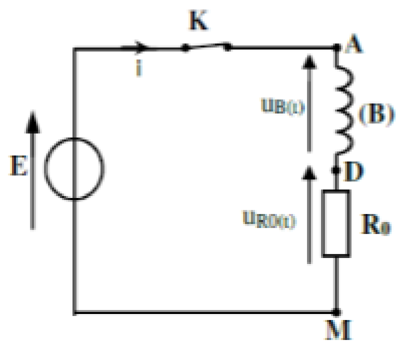
b) $U_{AM}(t) = E = cte$; $U_{DM}(t) = R_0$, i(t) correspond a la courbe de la figure 3 .

c) $E - U_1 - U_0 = 0$

d) $U_0 = 8$ V donc $E = U_1 + U_0 = 10$ V.

3-

a-Appliquons la loi de mailles :



$u_B(t) + u_R(t) - E = 0$

$L\frac{di}{dt} + (r + R_0)i = E$ avec $i = \frac{U_{DM}(t)}{R_0}$

$$L\frac{di}{dt} + (r + R_0)i = E \text{ donc } L\frac{dU_{DM}(t)}{R_0 dt} + \frac{(r+R_0)U_{DM}(t)}{R_0} = E$$

Multiplier par $\frac{R_0}{r+R_0}$:

$$\frac{L.dU_{DM}(t)}{(r+R_0)dt} + U_{DM}(t) = \frac{ER_0}{(r+R_0)}$$

$$\tau\frac{dU_{DM}(t)}{dt} + U_{DM}(t) = \frac{ER_0}{(r+R_0)} \quad \text{où } \tau = \frac{L}{R_0+r}$$

- En régime permanent : $U_{DM}(t) = \text{constante}$ donc $U_{DM} = U_0 = \frac{ER_0}{(r+R_0)}$ Donc

$$\tau\frac{dU_{DM}(t)}{dt} + U_{DM}(t) = U_0$$

b) $r = \frac{U_1}{I_0}$ avec $I_0 = \frac{U_0}{R_0}$ (intensité du courant en régime permanent) $r = \frac{U_1 R_0}{U_0}$ $AN: r = 5\Omega$
c) $\tau = 20$ ms; donc : $L = \tau(r + R_0) = 0,5$H.

Bac sciences C2016

Partie II
On réalise le circuit de la Figure 3, constitué par l'association en série, de la bobine d'inductance **L** et de résistance **r**, du résistor de résistance **R**, de l'interrupteur **K** ' et du générateur **G** de fem **E** = 6**V**. Le sens du courant i est indiqué sur le schéma du circuit.
Les résultats de l'acquisition de la tension $\mathbf{U}_\mathrm{b}(\mathrm{t}) = \mathbf{U}_\mathrm{HM}(\mathrm{t})$ aux bornes de la bobine au cours du temps permettent d'obtenir le chronogramme de la Figure 4.

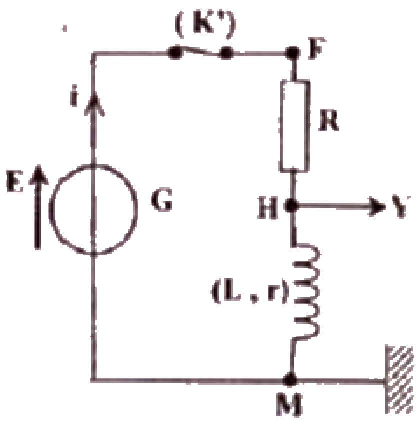


Figure 3

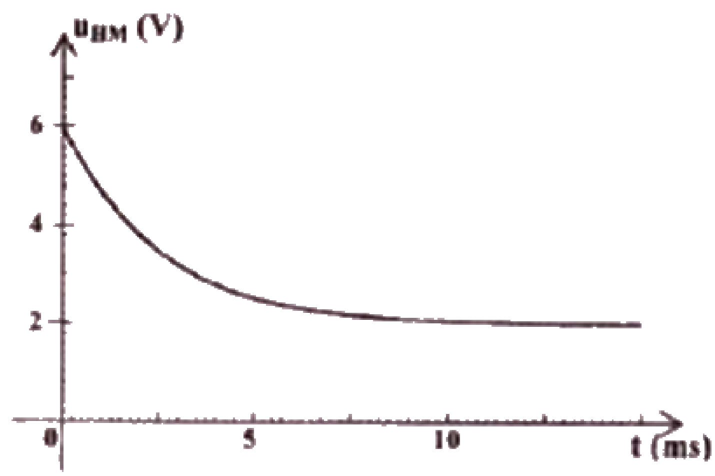


Figure 4

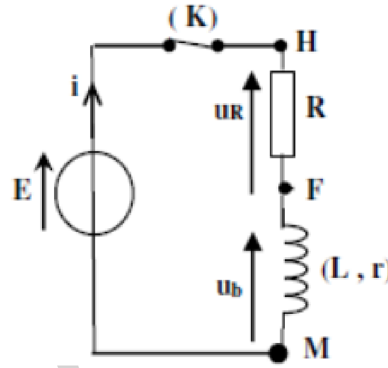
1- Nommer le phénomène qui se manifeste dans la bobine à la fermeture de l'interrupteur K'.
2- a) Montrer que l'équation différentielle qui régit l'évolution de la tension $\mathbf{u}_\mathbf{R}(\mathbf{t}) = \mathbf{u}_\mathbf{FH}(\mathbf{t})$ aux bornes du résistor s'écrit : $\frac{dU_R}{dt} + \frac{(\mathbf{R+r})}{\mathbf{L}} \cdot u_\mathbf{R} = \frac{\mathbf{RE}}{\mathbf{L}}$.
b) Déterminer l'expression de la tension $\mathbf{U}_{\mathbf{R}_0}$ aux bornes du résistor lorsque le régime permanent s'établit, en fonction de **E**, **r** et **R**.
c) Déduire qu'en régime permanent, la tension $\mathbf{u}_b(t)$ aux bornes de la bobine est : $\mathbf{U}_{b0} = \frac{\mathbf{rE}}{\mathbf{R+r}}$.
3- En exploitant le chronogramme de la figure 4:
a) déterminer les valeurs $\mathbf{U}_{\mathbf{R}0}$ et $\mathbf{U}_{\mathrm{bo}}$ des tensions respectivement aux bornes du résistor et de la bobine lorsque le régime permanent s'établit dans le circuit;
b) déduire la valeur de la résistance **r** de la bobine.

Correction

Partie II

1- Phénomène d'auto-induction.

2- a) La loi des mailles s'écrit :



$$U_b + U_R - E = 0 \text{ par suite } L\frac{di}{dt} + ri + U_R = E$$

$$\text{or } i = \frac{U}{R} d' \text{ où } \frac{L}{R}\frac{dU_R}{dt} + \frac{(R+r)}{R}U_R = E$$

$$\text{ainsi } \frac{dU_R}{dt} + \frac{(R+r)}{L}U_R = \frac{RE}{L}$$

b) On a : $\frac{dU_R}{dt} + \frac{(R+r)}{L}u_R = \frac{RE}{L}$ En régime permanant $U_R = Cte = U_{R0}$ donc $U_{R0} = \frac{RE}{R+r}$

c) $U_b = E - u_R$ ainsi la tension aux bornes de la bobine en régime permanent est U_{b0} telle que

$$U_{b0} = E - U_{R0} = E - \frac{RE}{R+r} = \frac{rE}{R+r}$$

3- a) D'après le chronogramme de la figure 4 , on a $U_{b0} = 2$ V ainsi $U_{R0} = 4$ V.

b) $U_{R0} = \frac{RE}{R+r} d'$ où $r = R\left(\frac{E}{U_{R0}} - 1\right) = \frac{R}{2}$ or $R = 270\Omega$ donc $r = 135\Omega$

Bac sciences P2015

Pour déterminer la résistance **r** et l'inductance **L** d'une bobine **B**, on réalise les expériences suivantes:

Expérience 1

Le circuit électrique de la figure 3 comporte, montés en séric :

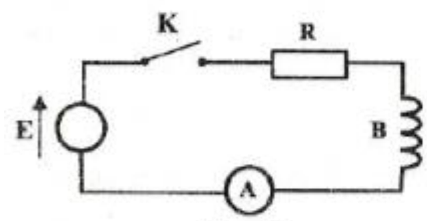


figure 3

- un générateur idéal de tension continue de fem $\mathbf{E = 10V}$;
- la bobine B d'inductance L et de résistance **r**;
- un ampèremètre **A** de résistance négligeable :
- un interrupteur **K** et un résistor de résistance $\mathbf{R = 90\Omega}$.
  Un système approprié permet de suivre l'évolution temporelle des tensions $u(t)$ aux bornes du générateur et $u_R(t)$ aux bornes du résistor.
  A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K. Les courbes $\mathcal{C}_1$et $\mathcal{C}_2$ de la figure 4 représentent respectivement, les variations de u(t) et $\mathbf{u_R(t)}$.
  1- Nommer, en le justifiant, les régimes qui constituent la réponse du dipôle RL à un échelon de tension pour
  $t \leq 5$ ms et ≥ 6 ms.
  2-a-Etablir l'équation différentielle régissant les variations de l'intensité du courant i(t) traversant le circuit électrique.
  b-Vérifier que $\mathbf{i}(t) = \frac{E}{R+r}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ est une solution de cette équation différentielle ; avec $\tau = \frac{L}{R+r}$.
  c- En exploitant les courbes de la figure 4, déterminer les valeurs de :
  $\mathbf{c_1}$)l'intensité du courant indiquée par l'ampèremètre en régime permanant et en déduire celle de **r**;
  c_2)l'inductance **L** de la bobine.

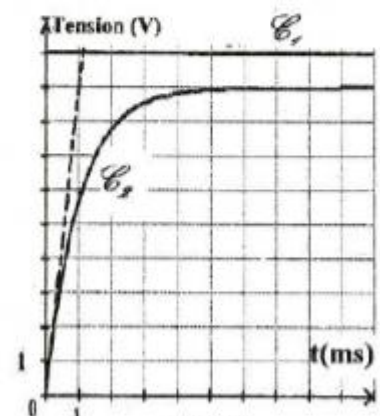
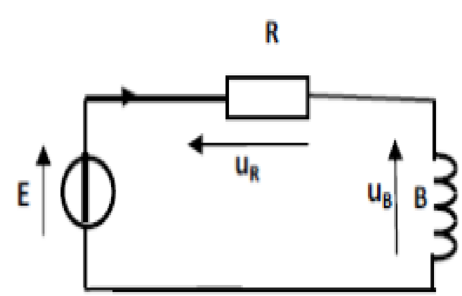


figure 4

Correction

Expérience n 1:

1)



- $t \leq 5$ ms, u_R varie au cours du temps :le régime est transitoire
- $t \geq 6ms, u_R$ est constante : le régime est permanent

a-La loi des mailles s'écrit : $\mathrm{u}_R + \mathrm{u_B} - \mathrm{E} = 0$ donc

$(\mathrm{R}+\mathrm{r})\mathrm{i}+\mathrm{L}\frac{\mathrm{di}}{\mathrm{dt}}=\mathrm{E}\ \frac{di}{dt}+\frac{R+r}{L}i=\frac{E}{L}\,(1)$

b- On remplace $i=\frac{E}{R+r}\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)$ et $\frac{di}{dt}=\frac{E}{L}e^{\frac{-t}{\tau}}$ dans l'équation (1), $\tau=\frac{L}{R+r}$

$\frac{di}{dt}+\frac{R+r}{L}i=\frac{-E}{L}e^{\frac{t}{\tau}}+\frac{R+r}{L}\frac{E}{R+r}\left(1-e^{\frac{-t}{\tau}}\right)=\frac{E}{L}$ donc $i=\frac{E}{R+r}\left(1-e^{\frac{t}{\tau}}\right)$ est une solution de l'équation différentielle.

C- D'après la courbe C_2 :

$C_1)U_0=9\ \mathrm{V}=\mathrm{RI}_0;\mathrm{I}_0=\frac{\mathrm{U}_0}{\mathrm{R}}=\frac{9}{90}=0{,}1\ \mathrm{A};\mathrm{I}_0=\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{R+r}}=0{,}1\ \mathrm{A}$ d'où $\mathrm{r}=\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{I}_0}-\mathrm{R}=100-90=10\Omega$

$c_2)\tau=\frac{L}{R+r}=10^{-3}$ s alors $L=\tau.(R+r)=0{,}1H.$

Bac sciences C2011

On associe en série une bobine d'inductance L et de résistance $r=10\Omega$, un générateur de force électromotrice (fem) E, de résistance interne nulle et de masse flottante, un résistor de résistance **R**$_\circ$ et un interrupteur **K** comme il est indiqué dans la figure 1.

Afin d'enregistrer simultanément l'évolution temporelle des tensions $U_{AB}(t)$ et $U_{BC}(t)$, on relie les entrées Y_1 et $\mathbf{Y}_2$ d'un oscilloscope à mémoire respectivement aux points A et C du circuit tandis que sa masse est reliée au point B (Fig.1) et on appuie sur le bouton inversion de la voie $\mathbf{Y}_2$ de l'oscilloscope. A l'instant $\mathbf{t}=\mathbf{0}$, on ferme le circuit à l'aide de l'intemupteur K. L'oscilloscope enregistre les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ de la figure 2.

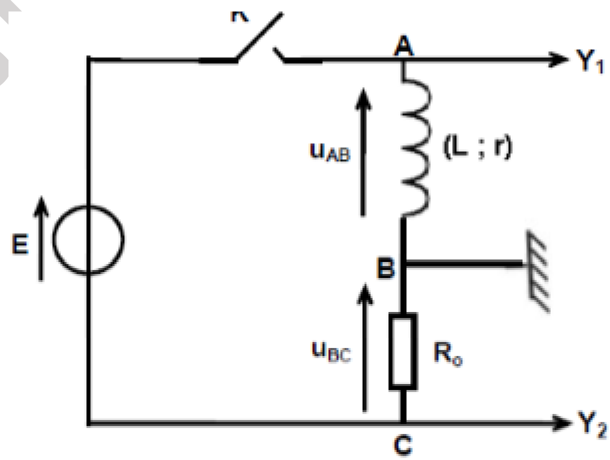


Fig.1

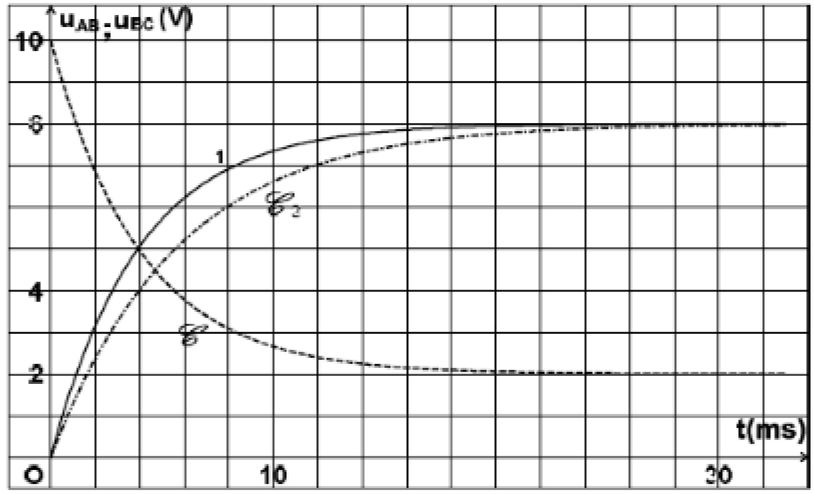


Fig.2

1. Justifier l'inversion faite sur la voie Y_2 de l'oscilloscope.
2. Montrer que l'intensité **i** du courant qui circule dans le circuit est régie par l'équation différentielle: $\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = \frac{\boldsymbol{E}}{L}$, avec $\tau = \frac{L}{\mathbf{R}}$ et $\mathbf{R} = R_0 + r$.
3. a) Vérifier que l'intensité i du courant s'écrit sous la forme $\mathbf{i}(t) = K\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$, où K est une constante dont on déterminera l'expression en fonction de **E** et de **R**.
   b) En déduire l'expression de chacune des tensions $\mathbf{u}_{AB}(t)$ et $\mathbf{u}_{BC}(t)$.
   c) Identifier parmi $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ de la figure 2 , le chronogramme de $\mathbf{u}_{BC}(t)$.
4. A l'aide des courbes $\mathcal{C}_1$ et $\mathcal{C}_2$ de la figure 2, déterminer la valeur de
   a) la fem E du générateur,
   b) l'intensité I_0 du courant qui s'établit dans le circuit en régime permanent,
   c) la résistance R_O,
   d) la constante de temps τ et en déduire la valeur de l'inductance **L**.
5. Dans le circuit précédent, on modifie l'une des grandeurs caractéristiques du circuit (ou bien $\mathbf{R_o}$). Le nouveau chronogramme de la tension u_{Bc} est la courbe $\mathcal{C}_3$ de la figure 2. Identifier la grandeur dont la valeur a été modifiée et comparer sa nouvelle valeur ả sa valeur initiale.

Correction

1)Pour visualiser la tension U_{BC} il faut appuyer sur le bouton inversion de la voie Y_2 si non on aura (- U_{BC})avec le branchement indiqué

3)D'après la loi des mailles : $U_b + U_R - E = 0$

D'après la loi des mailles : $r \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} + R_0 \cdot i = E$

$$L \cdot \frac{di}{dt} + (R_0 + r) \cdot i = E$$

Divisons par L : $\frac{di}{dt}+\frac{(R_0+r)}{L}\cdot i=\frac{E}{L}$; on pose $\frac{1}{\tau}=\frac{(R_0+r)}{L}$

On obtient $\frac{di}{dt}+\frac{1}{\tau}\cdot i=\frac{E}{L}$

3)

$$i(t)=K\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$
$$\frac{di(t)}{dt}=\frac{K}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Remplaçons $i(t)$ et $\frac{di(t)}{dt}$ dans l'équation différentielle :

$$\frac{K}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{1}{\tau}\left(K-Ke^{\frac{-t}{\tau}}\right)=\frac{E}{L}\Rightarrow\frac{K}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{K}{\tau}-\frac{K}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}=\frac{E}{L}$$

$\frac{K}{\tau}=\frac{E}{L}$ *donc* $K=\frac{E}{R}$

b)

$U_{AB}(t)=L\cdot\frac{di}{dt}+ri$

$U_{AB}(t)=L\cdot\frac{K}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}+rK(1-e^{-\frac{t}{\tau}})=L\cdot\frac{E}{R\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}+r\frac{E}{R}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})=Ee^{-\frac{t}{\tau}}(1-\frac{r}{R})+\frac{rE}{R}$

$U_{BC}=R_0 i=\frac{R_0E}{R}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

c) à t=0 $\begin{cases}U_{AB}=E\\U_{BC}=0\end{cases}$

à t=∞ $\begin{cases}U_{AB}=\frac{rE}{R}\\U_{BC}=\frac{R_0.E}{R}<E\end{cases}$

La tension $U_{BC}(t)$ croit exponentiellement à partir de zéro jusqu' 'à atteindre une valeur constante inferieur a E donc $\mathcal{C}_1$ représente $U_{BC}(t)$

4a) à $t = 0; U_{AB} = E \Rightarrow E = 10V$

b) Quand $t \to \infty$, en régime permanent $I_0 = \text{Constante}$

$$\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow U_{AB} = rI_0 = 2V$$

$$I_0 = \frac{2}{r} = \frac{2}{10} = 0.2A$$

c) en régime permanent $U_{BC} = R_0 I_0 \Rightarrow R_0 = \frac{U_{BC}}{I_0} = \frac{8}{0.2} = 40\Omega$

d) à $t = \tau$

$$U_{BC}(\tau) = \frac{R_0 E}{R_0 r}(1 - e^{-1}) = 0.632 U_0 = 0.632 \frac{0.632 \times 40 \times 10}{50} = 5.05V$$

Courbe $\tau = 4ms$

$$\tau = \frac{L}{R_0 + r} \Rightarrow L = \tau(R_0 + r)$$

$$L = 4.10^{-3}.50 = 0.2H$$

5) D'après la courbe $\mathcal{C}_3$; $\tau' = 6ms > \tau = 4ms$ cette augmentation de τ peut être du à une augmentation de L ou bien une diminution de R_0, or en régime permanent U_{BC} est égale a 8 V avec I_0=0.2A on n'a pas changé R_0, l'inductance de la bobine est augmentée