1 Indiquer parmi les suites définies ci-après celles qui sont des suites géométriques.

a) (Un) définie par $U_n = 2^n$, $n \in IN$.

b) $U_0=3$ et $U_{n+1}=(U_n)^2$ , $n \in IN$

c) $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_n = 3U_{n+1} \end{cases}$ $n \in IN$

d) $U_n=-4$ si n est pair et $U_n=4$ si n est impair , $n \in IN$

e) $U_n = n^n$, $n \in IN^*$.

f) $\begin{cases} U_0 = -2 \\ U_n = 3U_n + 5 \end{cases}$ $n \in IN$

Correction

Choisir une des méthodes suivantes :

*1-Calculer U0,U1 et U2 et montrer que* $\frac{U1}{U0} \# \frac{U2}{U1}$ *pour dire que la suite n'est pas géométrique*

*2- si on montre que* $\frac{U_{n+1}}{U_n}$ *=a avec a est un réel alors Un est une suite géométrique*

a/ $\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n}$ =2 donc Un est une suite géométrique

b/ il est facile de calculer U0,U1 et U2

$U_0=3$

$U1=3^2=9$,

$U2=9^2=81$

$\frac{U1}{U0} = \frac{9}{3} = 3$

$\frac{U2}{U1} = \frac{81}{9} = 9$

$\frac{U1}{U0} \# \frac{U2}{U1}$ la suite n'est pas géométrique

c/ $\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{1}{3}$ donc Un est une suite géométrique

d/ $U_n=-4$ si n est pair et $U_n=4$ si n est impair , $n \in IN$

donc $U_n=(-4)(-1)^n$

www.mathinfo.tn

Un est une suite géométrique de raison -1 et de premier terme -4

e/ $\frac{U_{n+1}}{U_n}=\frac{n^{n+1}}{n^n}$ =n donc Un n'est pas une suite géométrique

f) $\begin{cases} U_0 = -2 \\ U_n = 3U_{n+1} + 5 \end{cases}$ $n \in IN$

$U_0$=-2

U1=3(-2)+5=-6+5=-1

U2=3(-1)+5=-3+5=2

$\frac{U1}{U0}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$

$\frac{U2}{U1}=\frac{2}{-1}$=-2

$\frac{U1}{U0}\#\frac{U2}{U1}$ la suite n'est pas géométrique

2 Soit ($U_n$) une suite géométrique de raison q = –7 et telle que $U_4$ = 2401. Calculer $U_{10}$.

Correction

$U_n=q^{n-p}U_p$

$U_{10} = q^{10-4}U_{4}$==(-7)$^6$2401===-(117649)*2401

3 Soit (Vn) une suite géométrique telle que V3 = 12 et V5 = 36. Quelles sont les valeurs possibles de la raison ?

Calculer V9 pour chaque cas.

$U_n=q^{n-p}U_p$

$V_5=q^{5-3}v_3$= $q^2v_3$ donc $q^2=\frac{V_5}{V_3}=\frac{36}{12}=3$

q=$\pm\sqrt{3}$

$V_9 = q^6V_3$=$(\sqrt{3})^6V_3$=(27)12=324 ou bien $V_9$ ===$(-\sqrt{3})^6V_3$=(27)12=324

4 Soit (Un) une suite géométrique de premier terme U1 = – 5 et de raison q = $\frac{1}{2}$

a) Calculer U8 et U10.

b) Calculer la somme S = U1 + U2 +…+ U8.



www.mathinfo.tn

Correction

a)

$U_8=q^7U1=\left(\frac{1}{2}\right)^7(-5)=-\frac{5}{128}$

$U_{10}=q^9U1=\left(\frac{1}{2}\right)^9(-5)=-\frac{5}{512}$

b) $S = U1 + U2 +\ldots+ U8=U_1\frac{1-q^8}{1-q}=-5\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^8}{1-\frac{1}{2}}=-5\frac{1-\frac{1}{256}}{\frac{1}{2}}=(-10)\frac{255}{256}=-\frac{1275}{128}$

**5** Soit (Vn) une suite géométrique de raison 2.

a) Sachant que V0 + V1+ …+ V14 = 98301, exprimer $V_n$ en fonction de n.

b) On prend dans cette question V0 = 3. Déterminer n, pour que la somme des n premiers termes de cette suite soit 3145725.

Correction

a/ $S=V_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ donc $V_0=S\frac{1-q}{1-q^{n+1}}$

$V_0=98301\frac{1-2}{1-2^{15}}=\frac{-98301}{-32767}=3$

$V_n= V_0q^n=3(2^n)$

b/ $S=V_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ donc $1-q^{n+1}=S\frac{1-q}{V_0}$ signifie $q^{n+1}=1-S\frac{1-q}{V_0}$

$2^{n+1}=1-3145725\frac{1-2}{3}=1+1048575=1048576=2^{20}$ donc n +1=20 donc n=19

**6** S Les nombres 428442, 4242 et 42 sont - ils les termes consécutifs d’une suite géométriques ?

Correction

**Methode1**

- **Calculer le rapport entre deux termes consecutifs**

$\frac{4242}{428442}=\frac{1}{101}$

$\frac{42}{4242}=\frac{1}{101}$

Les nombres 428442, 4242 et 42 sont les termes consécutifs d’une suite géométriques

www.mathinfo.tn

**Methode2**

- **Indication : Relation entre 3 termes a, b et c consécutifs d'une suite geometrique $a*c=b^2$**

On applique a=428442 ; b=4242 ; c=42
$428442*42=17994564=4242^2$
Les nombres 428442, 4242 et 42 sont les termes consécutifs d'une suite géométriques

7 Calculer chacune des sommes :

$A = 3 + 8 + 13 + 18 + \ldots + 103 + 108$

$B = 2 - 4 + 8 - 16 + 32 - \ldots + 33554432$

Correction

A/On remarque que (8-3)=(13-8)=(18-13)=5 donc A est une suite arithmétique de raison 5

- **Chercher le nombre de terme de la suite pour calculer la somme :**

$U_n=U_0+nr$ (on cherche n le nombre de terme de la suite)

$108=U_0+nr=3+5n$

5n=108-3=105 Donc n=21

- **Chercher la somme**

$S=\frac{(n+1)(U_0+U_n)}{2}=\frac{22(3+108)}{2}=111*11=1221$

B/ $B = 2 - 4 + 8 - 16 + 32 - \ldots + 33554432$

A/On remarque que $\frac{U1}{U0}=\frac{U1}{U2}=\ldots=-2$ donc B est une suite géométrique de raison -2

- **Chercher le nombre de terme de la suite pour calculer la somme :**

$U_n=q^nU0$

$33554432=U0(-2)^n=2\times(-2)^n=33554432\Rightarrow(-2)^n=16777216\Rightarrow n=23$

- **Chercher la somme**

$S=V_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ donc $S=2\frac{1-(-2)^{24}}{1+2}=22369622$

www.mathinfo.tn