LYCEE KRAM	**Epreuve :** *Mathématiques*
■■■	**Section :** $3^{\text{ème}}$ Economie et gestion 1 et 2
DEVOIR DE SYNTHESE N°1	**Durée : 2** *heures* — **Coefficient : 2,5**
16/12/2023	**Professeur : Wissem Fligène**

Exercice 1 : (4 points)

Le tableau suivant donne la balance commerciale alimentaire d'un Pays à partir de l'année 2015 (les valeurs sont exprimées en millions de dinars)

Importation x_i	9	9	10	10	11	12	13	14
Exportation y_i	8	10	11	13	10	13	12	16

1) Dans un repère orthogonal, construire le nuage de points de cette série.
2) Déterminer la moyenne de chacune des deux variables.
3) Préciser le point moyen G de cette série double et le placer.
4) Déterminer l'écart type de chacune des deux variables.

Exercice 2 : (6 points)

Soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 3U_n - 1 \end{cases}$

1) a) Calculer U_1 et U_2.
   b) Montrer que (U_n) n'est ni suite arithmétique, ni suite géométrique.
2) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$V_n = U_n - \frac{1}{2}$$

   a) Montrer que V_n est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
   b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n.
   c) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$ puis $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.
3) Soit $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_{n-1}$
   a) Déterminer S_n en fonction de n.
   b) Déterminer n pour que $S_n = 546$.

Exercice 3 : (4 points)

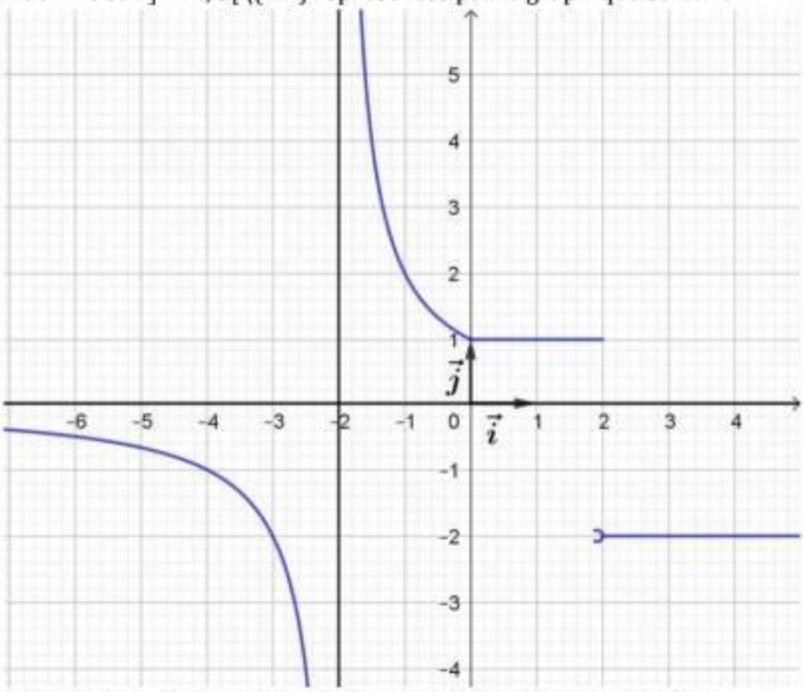
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{3\}$ par :

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & si\ x < 1 \\ 3x-1 & si\ 1 \le x < 3 \\ x^2+1 & si\ x > 3 \end{cases}$$

1) a) Etudier la continuité de f à gauche en 1.
   b) Etudier la continuité de f à droite en 1.
   c) Conclure.
2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to3^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to3^+} f(x)$.
   b) Conclure.

Exercice 4 : (6 points)

Soit f la fonction définie sur $]-\infty\,,5[\backslash\{-2\}$ représentée par le graphique suivant :



Les droites d'équations $x = -2$ et $y = 0$ sont deux asymptotes à la courbe de f.

1) Déterminer $f(0)$ et $f(2)$.
2) a) Déterminer $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$.

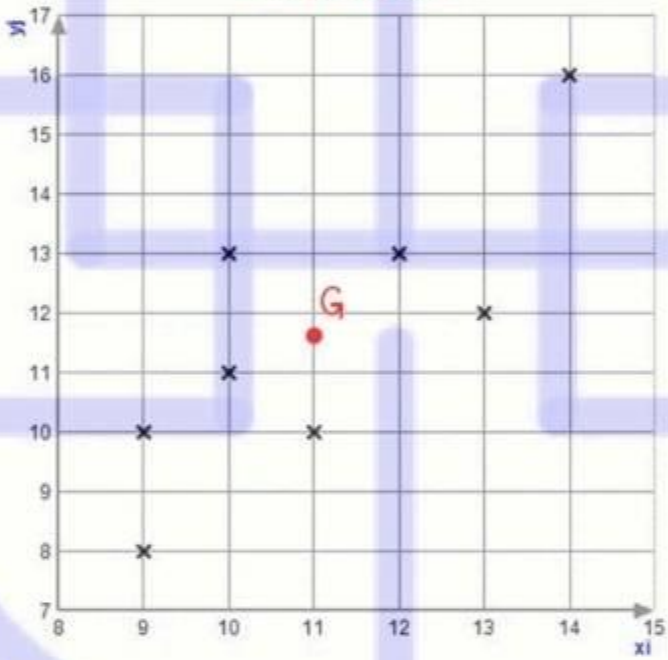
   b) f est-elle continue à gauche en 2 ? à droite en 2 ?
3) Donner les intervalles où f est continue.
4) Déterminer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to -2^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)$.

LYCEE KRAM	Epreuve : *Mathématiques*
■■■	Section : 3ème Economie et gestion 1 et 2
DEVOIR DE SYNTHESE N°1	Durée : 2 *h* — Coefficient : 2,5
16/12/2023	Professeur : **Wissem Fligène**

CORRECTION

Exercice 1 : (4 points)

1)



C 1

2) $\overline{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{9+9+10+10+11+12+13+14}{8} = \frac{88}{8} = 11$ millions de dinars (0,5)

$\overline{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{8+10+11+13+10+13+12+16}{8} = \frac{93}{8} = 11,625$ millions de dinars (0,5)

3) $G(\overline{x}, \overline{y})$ donc $G(11 ; 11,625)$ (0,5)

4) . $\sigma(x) = \sqrt{V(x)}$

or $V(x) = \dfrac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2 = \dfrac{9^2+9^2+10^2+10^2+11^2+12^2+13^2+14^2}{8} - 11^2$

$= \dfrac{992}{8} - 121 = 3$

donc $\sigma(x) = \sqrt{3} = 1,732$ 0,75

. $\sigma(y) = \sqrt{V(y)}$

or $V(y) = \dfrac{\sum y_i^2}{N} - \bar{y}^2 = \dfrac{8^2+10^2+11^2+13^2+10^2+13^2+12^2+16^2}{8} - (11,625)^2$

$= 5,234$

donc $\sigma(y) = \sqrt{5,234} = 2,288$ 0,75

Exercice 2 : (6 points) $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = 3U_n - 1 \end{cases}$

1) a) $U_1 = 3U_0 - 1 = 3\times2-1 = 6-1 = 5$ donc $U_1 = 5$ 0,5

$U_2 = 3U_1 - 1 = 3\times5-1 = 15-1 = 14$ donc $U_2 = 14$ 0,5

b) $\left.\begin{array}{l} U_1 - U_0 = 5-2 = 3 \\ U_2 - U_1 = 14-5 = 9 \end{array}\right\} \Rightarrow U_1 - U_0 \neq U_2 - U_1$ 0,5

donc (U_n) n'est pas une suite arithmétique.

$\left.\begin{array}{l} \dfrac{U_1}{U_0} = \dfrac{5}{2} \\ \dfrac{U_2}{U_1} = \dfrac{14}{5} \end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{U_1}{U_0} \neq \dfrac{U_2}{U_1}$ donc (U_n) n'est pas une suite géométrique 0,5

2) $V_n = U_n - \frac{1}{2}$

a) $V_{n+1} = U_{n+1} - \frac{1}{2} = 3U_n - 1 - \frac{1}{2} = 3U_n - \frac{3}{2} = 3\left(U_n - \frac{1}{2}\right) = 3V_n$

donc

(V_n) est une suite géométrique de raison $q = 3$ et de premier terme $V_0 = U_0 - \frac{1}{2} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 0,75

b) $V_n = V_0 \cdot q^n = \frac{3}{2} \times 3^n = \frac{3^{n+1}}{2}$ 0,5

On a $V_n = U_n - \frac{1}{2}$ donc $U_n = V_n + \frac{1}{2} = \frac{3^{n+1}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3^{n+1}+1}{2}$ 0,5

c) V_n est une suite géométrique de raison $q = 3 > 1$

or $V_0 = \frac{3}{2} > 0$ donc $\lim V_n = +\infty$ 0,5

$U_n = V_n + \frac{1}{2}$ alors $\lim U_n = +\infty$ 0,5

3) $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_{n-1}$

a) $S_n = V_0 \times \frac{1-q^n}{1-q} = \frac{3}{2} \times \frac{1-3^n}{1-3} = \frac{3}{2} \times \frac{1-3^n}{-2} = \frac{3}{2} \times \frac{3^n-1}{2}$

$S_n = \frac{3}{4}\left(3^n - 1\right)$ 0,75

b) $S_n = 546 \Leftrightarrow \frac{3}{4}\left(3^n-1\right) = 546 \Leftrightarrow 3^n - 1 = \frac{4}{3} \times 546 = 728$

$\Leftrightarrow 3^n = 729 = 3^6$ donc $n = 6$ 0,5

Exercice 3 : (4 points)

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & si\ x<1 \\ 3x-1 & si\ 1\leq x<3 \\ x^2+1 & si\ x>3 \end{cases} \quad ; D_f=\mathbb{R}\setminus\{3\}$$

1) a) $f(1) = 3\times 1 - 1 = 3-1 = 2$

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} x+1 = 2$ $\Big\}$ alors $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = f(1)$

donc f est continue à gauche en 1 (0,75

b) $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} 3x-1 = 2 = f(1)$

donc f est continue à droite en 1 (0,75

c) f est continue à gauche et à droite en 1 alors f est continue en 1 (0,5

2) a) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 3^-} 3x-1 = 8$ (0,75

$\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 3^+} x^2+1 = 10$ (0,75

b) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$ donc f n'admet pas de limite en 3

(0,5

Exercice 4 : (6 points)

1) $f(0) = 1$; $f(2) = 1$ $2 \times (0{,}5$

2) a) $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 1$ et $\lim_{x \to 2^+} f(x) = -2$ $2 \times (0{,}5$

b) f est continue à gauche en 2. $(0{,}5$

f est discontinue à droite en 2 $(0{,}5$

3) f est continue sur $]-\infty, -2[$, sur $]-2; 2]$ et sur $]2; 5[$ $(1{,}5$

4) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$; $\lim_{x \to (-2)^-} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \to (-2)^+} f(x) = +\infty$

$(0{,}5$ $(0{,}5$ $(0{,}5$