Exercice 1

Choisir la bonne réponse

1. Soit A$(-1{,}3)$ et B$(2,-5)$ alors: $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\-8\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\8\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$

2. Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\-6\end{pmatrix}$ sont : colinéaires ; égaux ; quelconque

3. A$(-1{,}3)$ et $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\4\end{pmatrix}$. Le point M tel que $\overrightarrow{AM}=\vec{u}$ est tel que : M$(6{,}1)$; M$(4{,}7)$; M$(-4,-7)$

4. ABC un triangle, G le centre de gravité et J le milieu de [AC]. Alors :
$\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BJ}$; $\overrightarrow{GJ}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$; $\overrightarrow{GA}-\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{AB}$

5. Soit A$(2,-1)$ et B$(3{,}2)$, l'équation cartésienne de la droite (AB) est:

   $3x-y-7=0$; $6x-2y+7=0$; $3x+y+7=0$

6. Un vecteur directeur $\vec{u}$ de la droite $D: x+3y+2=0$ est : $\vec{u}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$; $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}$; $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$

7. Soit $D: ax+by+c=0$ et $D': a'x+b'y+c'=0$ alors D//D' si et seulement si :

   $a'b+ab'=0$ $ab'-a'b=0$ $ac'-ca'=0$

Exercice 2

On considère le repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ ainsi que les points A, B et C de coordonnées:
$A(2;1)$; B$(-1;-1)$ C$(1;2)$

1. Placez les points A, B et C.

2. Déterminez les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$ dans $(0;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

3. On considère à présent le repère $(B;\overrightarrow{BC};\overrightarrow{BA})$. Quel est le type de ce repère?

4. Déterminez à nouveau les coordonnées des points A, B et C et des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$

Exercice 3

Dans le plan muni d'un repère quelconque, on donne les points suivants :
A$(-1;1)$; B$(1;-2)$; C$(5;1)$ D$(3;4)$

1. Placez ces points.

2. Déterminez les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DC}$.Déduisez-en la nature de ABCD.

Exercice 4

$A(-2;1), B(0,-2)$ et $C(3;-1)$ sont des points dans un repère quelconque.

1. Déterminez les coordonnées du point F pour que ABCF soit un parallélogramme.
2. Calculez les coordonnées de la somme vectorielle $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.
3. Déduisez-en une deuxième manière pour déterminer les coordonnées du point F.

Exercice 5

On reprend les données de l'exercice 2 dans un repère orthonormé.

1. Déterminez les coordonnées des milieux de $[AC]$ et $[BD]$. Qu'en concluez-vous concernant ABCD ?
2. Calculez la longueur des segments $[AC]$ et $[BD]$. Qu'en concluez-vous concernant ABCD.

Exercice 6

Dans un repère, on donne les points suivants: $A\left(-\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)$ $B\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ $C\left(\frac{5}{2};\frac{5}{2}\right)$ $D\left(\frac{13}{4};3\right)$

1. Démontrez que les points A, B et C sont alignés.
2. les points B, C et D sont-ils alignés?
3. On considère un point $M(x, y)$. Déterminez une condition sur x et y telle que $M \in$ (AB)

Exercice 7

On considère les droites D et D' d'équation respectives : $x - 2 = 0$ et $x + 3y = 4$

1. Construisez les deux droites sans passer par leur équations réduites.
2. Déterminez algébriquement si le point E$(7;-1)$ appartient à D ou à D '.

Exercice 8

On considère les points suivants $A(1;3); B(1;4); C(1;2)$ et $D(3;1)$

1. Donnez une équation de la droite (AB) et de la droite (CD).
2. Déterminez un vecteur directeur de (AB) et un vecteur directeur de (CD)

Correction :

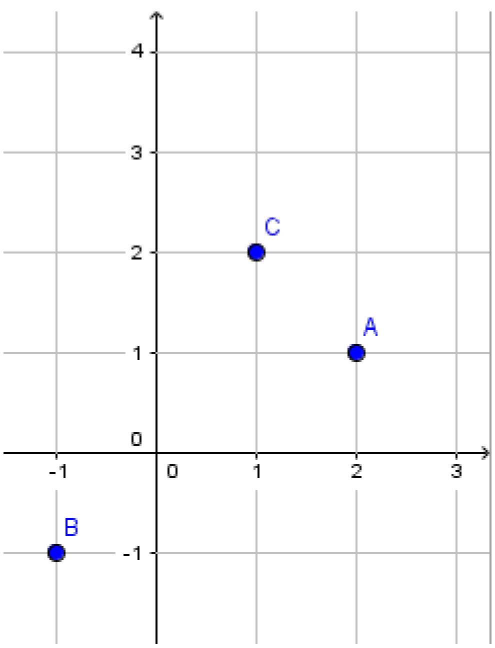
Exercice 1 :

$\boldsymbol{Q-C-M}$

1. $\overrightarrow{AB}\binom{3}{-8}$
2. colinéaires
3. $M(4,7)$
4. $\overrightarrow{GJ}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{GB}$
5. $3x-y-7=0$
6. $\vec{u}\binom{-3}{1}$
7. $ab'-a'b=0$

Exercice 2 :

1. Voir figure



2. $\overrightarrow{AB}\binom{-1-2}{-1-1}=\binom{-3}{-2}$, $\overrightarrow{BC}\binom{-1-(-1)}{2-(-1)}=\binom{2}{3}$

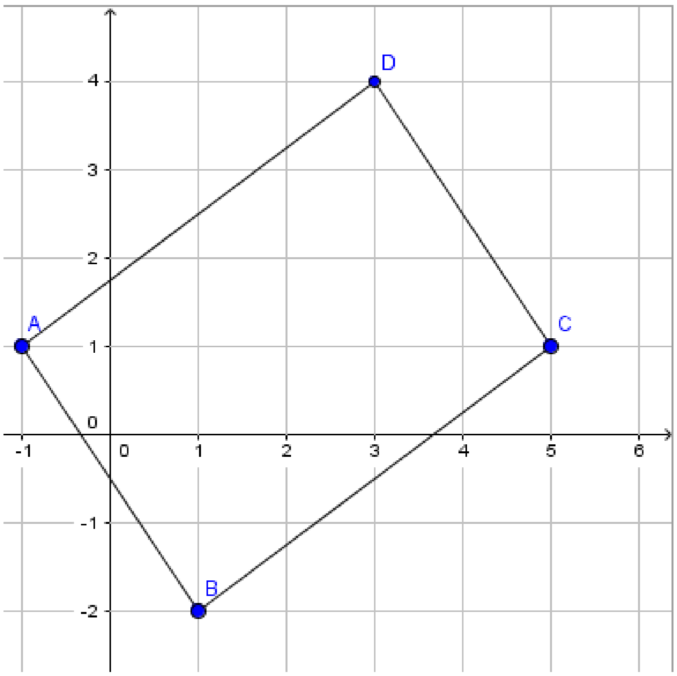
$\overrightarrow{\mathrm{AC}}\begin{pmatrix}1-2\\2-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$

3. Le repère $(B,\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA})$ n'est pas un repère orthogonal

4. $\mathrm{A}(0,1);\mathrm{B}(0,0);\mathrm{C}(1,0)$
$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix};\overrightarrow{\mathrm{BC}}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix};\overrightarrow{\mathrm{AC}}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$

Exercice 3 :

1. Voir figure



2. $\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix},\overrightarrow{\mathrm{AD}}\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix},\overrightarrow{\mathrm{AC}}\begin{pmatrix}6\\0\end{pmatrix},\overrightarrow{\mathrm{DC}}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$ on remarque que $\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ donc ABCD est parallélogramme.

Exercice 4 :

1. $ABCF$ est un parallélogramme signifie que $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{CF}}$
$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}2\\-3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3-x\\-1-y\end{pmatrix}\Leftrightarrow x=1,y=2$ donc $F(1,2)$ 2) $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}=\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$

2. $\overrightarrow{\mathrm{BA}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{BF}}$
$\Leftrightarrow\begin{pmatrix}x\\y+2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$ donc $F(1,2)$

Exercice 5 :

1. Soit I le milieu de [AC] donc $x_1 = \frac{-1+5}{2} = 2$ et $y_1 = \frac{1+1}{2} = 1$ alors $I(2,1)$

Soit J le milieu de [BD] donc $x_1 = \frac{1+3}{2} = 2$ et $y_J = \frac{4-2}{2} = 1$ alors $J(2,1)$

On remarque que $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en même milieu I et par suite ABCD est un parallélogramme.

2. $AC = \sqrt{0^2 + 6^2} = 6, BD = \sqrt{2^2 + 6^2} = \sqrt{40}$

Exercice 6 :

1. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}; \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}6\\3\end{pmatrix}; \begin{vmatrix}4 & 6\\2 & 3\end{vmatrix} = 12 - 12 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires donc A, B et C sont alignés

2. $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}; \overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}\frac{11}{4}\\\frac{3}{2}\end{pmatrix}; \begin{vmatrix}2 & \frac{11}{4}\\1 & \frac{3}{2}\end{vmatrix} = 3 - \frac{11}{4} \neq 0$ donc les deux vecteurs ne sont pas colinéaires et par suite B,C et D ne sont pas alignés

3. Soit $M \in (AB)$ donc $\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires signifie que $\det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = 0$ signifie que

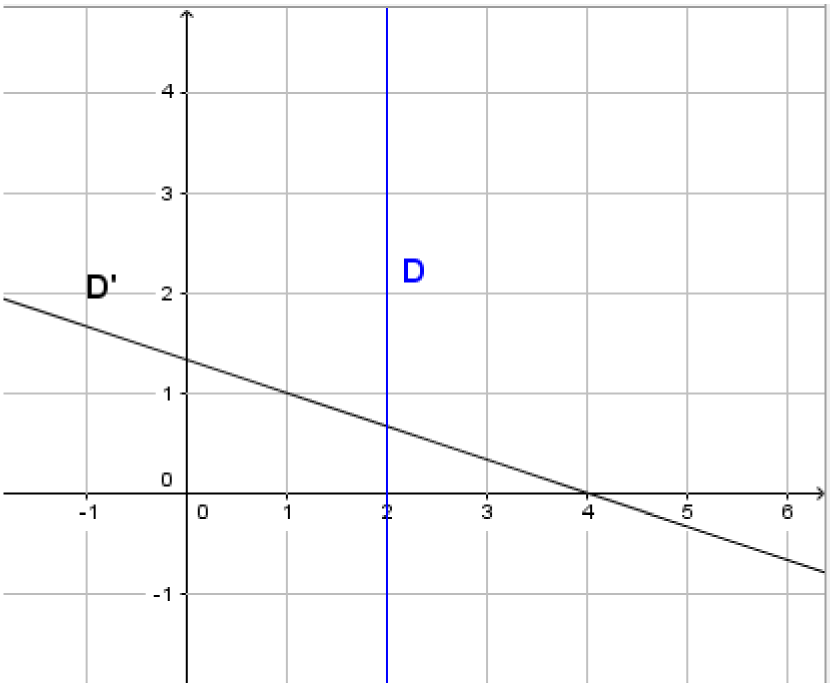
$$\begin{vmatrix}x + \frac{7}{2} & 4\\y + \frac{1}{2} & 2\end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 2x + 7 - 4y - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 4y + 5 = 0$$

Exercice 7 :

1. Les points A(2,0) et B(2,1) appartient à la droite D et H(1,1) et K(−2,2) appartient à la droite D′

(Car $-2 + 3 \times 2 = 4$ et $1 + 3 \times 1 = 4$)



2. Pour $x = 7{,}7 - 2 = 5 \neq 0$ et $7 + 3 \times (-1) = 7 - 3 = 4$ donc $E \in D'$

Exercice 8 :

1. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de (AB)

Soit $M \in (AB)$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires signifie que $\begin{vmatrix}x-1 & 0\\ y-3 & 1\end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0$ donc $(\mathrm{AB})\colon \mathrm{x} = 1$

Soit $M \in (DC)$,

donc $\begin{vmatrix}3-x & -2\\ 1-y & 1\end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow 3 - x - 2y + 2 = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 5 = 0$

2. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ vecteur directeur de (AB) et $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}-2\\1\end{pmatrix}$ vecteur directeur de (DC)